



ТЕХНИЧЕСКИ УНИВЕРСИТЕТ – СОФИЯ

ПРИЛОЖНА МЕХАНИКА НА ФЛУИДИТЕ

проф. д-р ИВАН. АНТОНОВ

<http://mfantonov.com>

ЛИТЕРАТУРА:



ТЕХНИЧЕСКИ УНИВЕРСИТЕТ – СОФИЯ

ИВАН. С. АНТОНОВ

**ПРИЛОЖНА МЕХАНИКА
НА ФЛУИДИТЕ**

*ВТОРО ПРЕРАБОТЕНО
И ДОПЪЛНЕНО ИЗДАНИЕ*

СОФИЯ
2016

19) ХАРАКТЕРИСТИЧНО УРАВНЕНИЕ ПРИ ЕДНОФАЗНО ТУРБУЛЕНТНО ТЕЧЕНИЕ С ПОДЕМНА СИЛА, ИЗПОЛЗВАНО В ПРОГРАМНИЯ ПРОДУКТ ANSYS-FLUENT

Характеристично уравнение при еднофазно турбулентно течение с подемна сила, използвано в програмния продукт Ansys-Fluent

Численото решение на частните диференциални уравнения, описани в глава трета при използване на дадените в глава шеста модели на турбулентност изискват представянето им в удобен за приложение вид. Това налага свеждането им до едно общо за тях характеристично уравнение, което при прилагане на конкретни, подходящи за програмиране схеми в крайни разлики, позволява получаването на необходимия брой параметри на течението. В крайни разлики се представя характеристичното уравнение, като последователно се пресмятат търсените зависими променливи.

Преработката на уравненията се прави за случай на неизотермични турбулентни течения с отчитане на свиваемост и наличие на подемна сила действаща по вертикална ос.

Изводът се прави на основата на уравненията дадени в глава трета, като се използва основното уравнение на механика на флуидите в напрежения:

$$\begin{aligned}
 7.1. \quad & \rho \frac{\partial u}{\partial t} + \rho u \frac{\partial u}{\partial x} + \rho v \frac{\partial u}{\partial y} + \rho w \frac{\partial u}{\partial z} = -\frac{\partial p}{\partial x} + 2 \frac{\partial}{\partial x} \left[(\mu + \mu_T) \frac{\partial u}{\partial x} \right] + \\
 & + \frac{\partial}{\partial y} \left[(\mu + \mu_T) \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[(\mu + \mu_T) \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right) \right] ,
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \rho \frac{\partial v}{\partial t} + \rho u \frac{\partial v}{\partial x} + \rho v \frac{\partial v}{\partial y} + \rho w \frac{\partial v}{\partial z} = -\frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial x} \left[(\mu + \mu_T) \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \right] + \\
 7.2. & + 2 \frac{\partial}{\partial y} \left[(\mu + \mu_T) \frac{\partial v}{\partial y} \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[(\mu + \mu_T) \left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right) \right]
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \rho \frac{\partial w}{\partial t} + \rho u \frac{\partial w}{\partial x} + \rho v \frac{\partial w}{\partial y} + \rho w \frac{\partial w}{\partial z} = -\frac{\partial p}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial x} \left[(\mu + \mu_T) \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right) \right] + \\
 7.3. & + \frac{\partial}{\partial y} \left[(\mu + \mu_T) \left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right) \right] + 2 \frac{\partial}{\partial z} \left[(\mu + \mu_T) \frac{\partial w}{\partial z} \right] \pm (\rho - \rho_{ok}) g
 \end{aligned}$$

Системата уравнения 7.1 ÷ 7.3. се преработват при приетата $\mu_{ef} = \mu + \mu_T$, като приемат вида:

$$\begin{aligned}
 & \rho \frac{\partial u}{\partial t} + \rho u \frac{\partial u}{\partial x} + \rho v \frac{\partial u}{\partial y} + \rho w \frac{\partial u}{\partial z} = -\frac{\partial p}{\partial x} + \mu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) + \\
 7.4. & + \frac{1}{3} \mu \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) + \mu_t \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) + \frac{1}{3} \mu_t \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 7.5. \quad & \rho \frac{\partial v}{\partial t} + \rho u \frac{\partial v}{\partial x} + \rho v \frac{\partial v}{\partial y} + \rho w \frac{\partial v}{\partial z} = -\frac{\partial p}{\partial y} + \mu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right) + \\
 & + \frac{1}{3} \mu \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) + \mu_t \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) + \frac{1}{3} \mu_t \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 7.6. \quad & \rho \frac{\partial w}{\partial t} + \rho u \frac{\partial w}{\partial x} + \rho v \frac{\partial w}{\partial y} + \rho w \frac{\partial w}{\partial z} = -\frac{\partial p}{\partial z} + \mu \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right) + \\
 & + \frac{1}{3} \mu \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) + \mu_t \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) + \frac{1}{3} \mu_t \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) \pm (\rho - \rho_{ok}) g
 \end{aligned}$$

Системата 7.4÷7.6 е аналогична с тази на Навие-Стокс за вискозен флуид, като в допълнение съдържа членове отчитащи турбулентния харктер на течението.

Прибавя се и уравнението за непрекъснатост:

$$7.7. \quad \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho w)}{\partial z} = 0$$

Уравнението за топлобмена има вида:

$$7.8. \quad \rho c_p \left(\frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} + w \frac{\partial T}{\partial z} \right) = \frac{\partial}{\partial x} \left[(\lambda + \lambda_t + \lambda_n) \frac{\partial T}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[(\lambda + \lambda_t + \lambda_n) \frac{\partial T}{\partial y} \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[(\lambda + \lambda_t + \lambda_n) \frac{\partial T}{\partial z} \right] + q_v,$$

където: c_p - специфична топлинен капацитет при постоянно налягане, λ - коефициент на топлопроводност; λ_t - коефициент на турбулентна топлопроводност; λ_n - коефициент на лъчист топлобмен; q_v - интензивност на вътрешните източници на топлина.

Системата уравнения (7.4÷7.8) се свежда до следното характеристично уравнение:

$$7.9. \quad \frac{\partial}{\partial t}(\rho\Phi) + \operatorname{div}(\rho V\Phi) = \operatorname{div}(\Gamma \operatorname{grad}\Phi) + S,$$

където: Φ е зависимата променлива; Γ - коефициент на дифузия на Φ ; S - източников член на съответното Φ .

В таблица 7.1 са дадени стойностите на Γ и S за всяко Φ . По оста z за $\Phi = w$ е включена в S и подемната сила $\pm(\rho - \rho_{ок})g$.

Табл. 7.1.

Φ	Γ	S
1	0	0
u	$\mu + \mu_t$	$\Gamma \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right) - \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{1}{3} \frac{\partial}{\partial x} \Gamma \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right)$
v	$\mu + \mu_t$	$\Gamma \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right) - \frac{\partial p}{\partial y} + \frac{1}{3} \frac{\partial}{\partial y} \Gamma \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right)$
w	$\mu + \mu_t$	$\Gamma \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right) - \frac{\partial p}{\partial z} + \frac{1}{3} \frac{\partial}{\partial z} \Gamma \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) \pm$ $\pm (\rho - \rho_{ok}) g$
T	$\lambda + \lambda_t + \lambda_n$	q_v

Решението на (7.9) се реализира чрез схема в крайни разлики като се прави последователно за всяко Φ . В програмния продукт Ansys [7] е даден голям избор на модели за определяне на μ_t , в зависимост и по преценка на ползвателя за характера на изследваното течение.

Задачата за неустановено течение на свиваем или несвиваем флуид намира широко приложение в инженерната практика. Това са процесите в топлинните машини, във вентилационната техника и др.

Интересно направление е приложението на програмите Fluent and Ansys в медицината при моделиране на определени течения. С помощта на програмата е решено неустановения процес протичащ в кохлеара.

Моделното изследване на разпространение на звуковите вълни и тяхното въздействие върху нервните окончания в кохлеара, с отчитане на деформацията на мембрана от променливото налягане, възпроизвеждането от звуковите вълни е успешно решено в [10].

Изходящите уравнения за числено пресмятане на неизотермични двуфазни течения са дадени в глава трета(3.82-3.89)