



ТЕХНИЧЕСКИ УНИВЕРСИТЕТ – СОФИЯ

ПРИЛОЖНА МЕХАНИКА НА ФЛУИДИТЕ

проф. д-р ИВАН. АНТОНОВ

<http://mfantonov.com>

ЛИТЕРАТУРА:



ТЕХНИЧЕСКИ УНИВЕРСИТЕТ – СОФИЯ

ИВАН. С. АНТОНОВ

**ПРИЛОЖНА МЕХАНИКА
НА ФЛУИДИТЕ**

*ВТОРО ПРЕРАБОТЕНО
И ДОПЪЛНЕНО ИЗДАНИЕ*

СОФИЯ
2016

17) k- ω МОДЕЛ НА ТУРБУЛЕНТНОСТ**k- ω модел на турбулентност**

Уравненията за турбулентната кинетична енергия k и дисипативното число ω имат вида:

$$6.15. \frac{\partial(\rho k)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho k u_i)}{\partial x_i} = \frac{\partial \Gamma_k}{\partial x_i} \left(\frac{\partial k}{\partial x_i} \right) + G_k - Y_k + S_k$$

$$6.16. \frac{\partial(\rho \omega)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho \omega u_i)}{\partial x_i} = \frac{\partial \Gamma_\omega}{\partial x_i} \left(\frac{\partial \omega}{\partial x_i} \right) + G_\omega - Y_\omega + S_\omega$$

В случая ω може да се разглежда като вихрова дисипация на кинетичната турбулентна енергия. Въвежда се т. нар. ефективна дифузия:

$$6.17. \Gamma_k = \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k},$$

$$6.18. \Gamma_\omega = \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\omega},$$

където σ_k и σ_ω са турбулентни числа на Прандтл относно k и ω .

Турбулентният вискозитет μ_t се определя аналогично на този при $k - \varepsilon$ модела.

$$6.19. \mu_1 = \alpha^* \frac{\rho k}{\omega},$$

където: коефициентът α^* се пресмята по изрази:

$$6.20. \alpha^* = \alpha_\infty^* \left(\frac{a_o^* + \text{Re}_t / R_k}{1 + \text{Re}_t / R_k} \right).$$

В 6.20 са означени: $\text{Re}_t = \frac{\rho k}{\mu \omega}$, $R_k = 6$, $a_o^* = \frac{\beta_i}{3}$; $\beta_i = 0,072$.

При високи Re-числа в $k-\omega$ модела $a^* = a_{cp}^* = 1$. Членът G_k дава генерацията на енергия, която се дължи на взаимодействието на рейнолдсовите напрежения и гредидента на усреднените скорости:

$$6.21. G_k = \overline{\rho u_i' u_j'} \frac{\partial u_j}{\partial x_i},$$

или чрез тензора на деформационните скорости S:

$$6.22. G_k = \mu_t S^2.$$

Членът в (6.15) G_k се определя чрез:

$$6.23. G_\omega = \alpha \frac{\omega}{k} G_k.$$

Коефициентът α се определя аналогично на (6.20):

$$6.24. \quad \alpha = \frac{a_\infty}{a^*} \left(\frac{a_0 + \text{Re}_t / R_\omega}{1 + \text{Re}_t / R_\omega} \right),$$

като $R_\omega = 2,95$. При високи R_e числа $\alpha = \alpha_\infty = 1$. Турбулентната дисинация за кинетичната турбулентна енергия k се определя, както следва:

$$6.25. \quad Y_k = \rho \beta^* f_\beta^* k_\omega,$$

където:

Таблица 6.3.

f_β^*	H_k	β^*	β_i^*	ζ^*	R_β	β_∞^*
$f_\beta^* = \begin{cases} 1, & x_k \leq 0 \\ \frac{1+680\chi_k^2}{1+400\chi_k^2}, & x_k \geq 0 \end{cases}$	$\frac{1}{\omega^3} \frac{\partial k}{\partial x_j} \frac{\partial \omega}{\partial x_j}$	$\beta^* = \beta_i^* \left[1 + \zeta^* F(M_t) \right]$	$\beta_i^* = \beta_\infty^* \left(\frac{4/15 + (\text{Re}_t / R_\beta)^4}{1 + (\text{Re}_t / R_\beta)^4} \right)$	1,5	8	0,09

Re_t се определя чрез даденото по-горе за $k - \omega$ модел. Дисинацията на ω се дава от израза:

$$6.26. \quad Y_\omega = \rho \beta f_\beta \omega^2, \quad \text{където: } \Omega_{ij} \text{ са компонентите на вектора на вихъра на скоростта (Таблица 6.4):}$$

Таблица 6.4.

f_β	χ_ω	Ω_{ij}	при дозвукови течения
$f_\beta = \frac{1+70\chi_\omega}{1+80\chi_\omega}$	$\chi_\omega = \left \frac{\Omega_{ij} \Omega_{jk} S_{kj}}{(\beta_\infty^* \omega)^3} \right $	$\Omega_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right)$	$\beta = \beta_\infty$

$$6.27. \quad \vec{\Omega} = \Omega_x \vec{i} + \Omega_y \vec{j} + \Omega_z \vec{k},$$

където:

$$6.28. \quad \vec{\Omega} = \text{rot } \vec{V} = \vec{\Delta} \times \vec{V}$$

$$\vec{\Delta} = \frac{\partial}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial}{\partial y} \vec{j} + \frac{\partial}{\partial z} \vec{k}.$$

Константите в модела се определят по табл. 6.5.

Таблица 6.5.

$\alpha_{\infty}^* = 1$	$\alpha_{\infty} = 0.52$	$\alpha_0 = \frac{1}{9}$	$\beta_{\infty}^* = 0.09$	$\beta_i = 0.072$	$R_{\beta} = 8$
$R_k = 6$	$R_{\infty} = 2.95$	$\zeta^* = 1.5$	$M_{t0} = 0.25$	$\sigma_k = 2.0$	$\sigma_{\omega} = 2.0$

S_k и S_{ω} дават вискозната дисинация и се определят аналогично на даденото за k - ε модела.

В SST k - ω модел в дясната страна на уравнението за ω фигурира допълнителният член D_{ω} . Той отразява напречната дифузия.

$$6.29. D_{\omega} = 2(1 - F_1) \rho \sigma_{\omega,2} \frac{1}{\omega} \frac{\partial k}{\partial x_j} \frac{\partial \omega}{\partial x_j}$$

където: $\sigma_{\omega,2} = 1,168$, F_1 може да се приеме 0.