



ТЕХНИЧЕСКИ УНИВЕРСИТЕТ – СОФИЯ

ПРИЛОЖНА МЕХАНИКА НА ФЛУИДИТЕ

проф. д-р ИВАН. АНТОНОВ

<http://mfantonov.com>

ЛИТЕРАТУРА:



ТЕХНИЧЕСКИ УНИВЕРСИТЕТ – СОФИЯ

ИВАН. С. АНТОНОВ

**ПРИЛОЖНА МЕХАНИКА
НА ФЛУИДИТЕ**

*ВТОРО ПРЕРАБОТЕНО
И ДОПЪЛНЕНО ИЗДАНИЕ*

СОФИЯ
2016

3) СИЛИ, ДЕЙСТВАЩИ НА ЕДИНИЧНА ЧАСТИЦА ПРИМЕСИ. СИЛИ НА МЕЖДУФАЗОВО ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ

Като първо приближение на изследването на двуфазни турбулентни течения обикновено се изучава движението на единична частица от примеси. Тази задача най-често се свързва с известно скоростно поле, а при неизотермичните течения – и с разпределение на температурата на носещата (газова) фаза [3, 52]. Математическото моделиране се прави на базата на лагранжевите уравнения за движение, приложени за единична частица. В дясната страна на уравненията на Лагранж се записват силата от собствено тегло на частицата и силите на междифазово взаимодействие. Силите на междифазово взаимодействие са определящи при решение на двуфазни течения с прилагане на двуфлуидната схема - без отчитането им не е възможно създаване на математични модели на двуфазно турбулентно течение. Изясняване на влиянието на силите на междифазово взаимодействие върху развитието на двуфазното течение е необходим елемент при съставянето на числени модели. Някои автори на основата на обстоятелството, че в редица опростени изследвания не се отчитат силите на междифазово взаимодействие, въвеждат понятието “пасивни примеси” [27,50] и др. По този начин се подчертава пасивната роля на примесите върху развитието на течението, респ. липсата на взаимодействие между фазите.

Разглежда се движението на единична частица примеси в газова (въздушна) среда [53]. Приемат се за известни параметрите на носещата среда, т.е. познато е или е зададено разпределението на скоростите, налягането и температурата ѝ, а движението на частицата в нея е неравномерно, при което скоростта ѝ се мени като вектор по големина и по посока.

Първоначално се разглеждат силите, действащи по (или срещу) движението на единична частица примеси. Съгласно Басе, Бусинекс и Озеен [48] при неравномерно движение на стоксова частица, дори и в неподвижна среда, освен силата от аеродинамично съпротивление е необходимо да се отчитат силите от присъединена маса. По-късно Чен [70], обобщавайки уравнението на Басе-Бусинекс-Озеен, отчита и влиянието на градиента на

налягане на носещата среда върху движението на единична частица. Независимо от обстоятелството, че Чен в случая е подходил чисто интуитивно, полученото уравнение представлява едно следващо приближение на задачата.

Това уравнение, допълнено със силата от собствено тегло на частицата, записано относно i -тата компонента на скоростта $\dot{y}$, има вида:

$$1.9 \quad m_p \frac{d_p V_{pi}}{dt} = \pm m_p g - 3\pi\mu D_p (V_{pi} - V_{gi}) - 0.5 m_g \frac{d_p (V_{pi} - V_{gi})}{dt} +$$

$$m_g \left(\frac{\partial V_{gi}}{\partial t} + V_{gi} \frac{\partial V_{gi}}{\partial x_i} \right) - 1.5 \rho_g D_p^2 \sqrt{\pi\nu} \int_0^\theta \frac{d_p (V_{pi} - V_{gi})}{d\theta} \frac{1}{\sqrt{t-\theta}} d\theta$$

В лявата страна на уравнението се съдържа инерционната сила $f_I = m_p \frac{dV_{pi}}{dt}$, представляваща производението на масата по ускорението на частицата (капката).

В дясната страна на уравн.1.9 допълнително към дадените в [79] сили на междофазово взаимодействие е въведена силата от собствено тегло $f_g = m_p g$. Знаците пред нея " $\pm$ " показват необходимостта от съобразяване с посоката на изтичане. Спорен е въпросът дали силата от собствено тегло трябва да се отнесе към силите на междофазово взаимодействие, тъй като влиянието ѝ върху газовата фаза, е относително слабо. Независимо от противоречивите мнения по този въпрос с цел универсализиране на записа на уравнението в по-нататъшните разглеждания, тя е поставена под общото означение на междофазовите сили. За това дава основание и

обстоятелството, че в дясната страна на уравн.1.9 фигурира сумата от действащите на частицата сили. Действието ѝ се отразява в уравненията за количество на движение и енергия.

Съпротивителната сила се отчита с втория член на уравн.1.9: $\vec{f}_A = -3\pi\mu D_p \left(\vec{V}_{pi} - \vec{V}_{gi} \right)$, в този си вид валидна за стационарно обтичане на сферична частица. Съгласно [53] определянето на съпротивителната сила може да се направи с изрази

$$1.10 \quad \vec{f}_A = 0.5 C_R s \rho_g \left| \vec{V}_g - \vec{V}_p \right| \times \left(\vec{V}_g - \vec{V}_p \right),$$

където C_R е коефициент на аеродинамично съпротивление, s – миделово сечение на частицата, ρ_g – плътност на носещата среда.

С въвеждане на относителната скорост или скорост на приплъзване между носещата (газова) среда и на частиците от примесите - $\vec{V}_g - \vec{V}_p = \vec{V}_r$, за (1.10) се получава

$$1.11 \quad \vec{f}_A = 0.5 C_R s \rho_g \left| \vec{V}_r \right| \vec{V}_r$$

Важен момент при пресмятането на силата $\vec{f}_A$ е правилното определяне на коефициента на съпротивление C_R . Съгласно теорията на размерностите [32, 37, 53] C_R се разглежда еднозначно определен от четири размерни параметъра: диаметъра на частицата (капката) D_p , скоростта на приплъзване (относителна скорост) между фазите V_r , вискозитета μ и плътността на носещата фаза ρ_g . Като се вземе под внимание, че в дименсиите на тези четири

параметъра се съдържат три независими размерности – m , s , kg , съгласно π – теоремата следва, че C_R може да бъде функция само на едно безразмерно число. Комбинацията на горните четири параметъра дава известното число на Рейнолдс, отнесено към диаметъра на частицата:

$$1.12 \quad \text{Re}_p = D_p V_r \frac{\rho_g}{\mu} \quad \text{или} \quad \text{Re}_p = \frac{D_p V_r}{\nu},$$

при което за C_R следва изразът $C_R = f(\text{Re}_p)$.

За определянето на коефициента C_R в литературата са известни твърде много изрази [3, 7, 15] и др. с определена точност в зависимост от Re_p . Част от най-често препоръчваните от тях съгласно [7, 14, 53] са показани в табл.1.4.

Характерна особеност на тези зависимости е аналогията с формулата на Стокс. Въведените допълнителни членове или множители разширяват обхвата им към по-големите стойности на Re_p . За аналитични изследвания съгласно [7, 53] подходящ за използване е и степенният закон от вида $C_R = A \frac{1}{\text{Re}_p^n}$.

Стойностите на A и n като функция на Re_p [7] са дадени в табл.1.5. От показаното е очевидно съществуването на автомоделна област по отношение на Re_p за стойности, по-големи от 800. За тях $C_R = A = 0,44$.

Дадените в таблицата изрази за C_R се отнасят до обтичане на тяло с идеална форма - сфера от стационарно течение. С това обстоятелство се обяснява и доказаното в литературата [14, 53], че действителните стойности на C_R понякога значително се отличават от теоретичните резултати. Факторите, които влияят на промяната на C_R , са следните:

– *Отклонение от сферичната форма на частицата.*

Това възниква особено в случаите на прахообразни материали, обработвани в прахови мелници, текстилни материали и др. В [15] се въвежда геометричен коефициент на формата Γ . Той се определя като отношение на повърхността на действителната частица към тази на сферата със същия обем, при което Γ е винаги по-голямо от единица. Горбис [15] предлага зависимости за определяне на C_R във функция на Re_p и Γ .

На основата на обобщаване на опитни резултати и сравняването им с тези за сферична форма в [33] се предлага зависимост на C_R от Re_p и Γ . Коефициентът на съпротивление C_R нараства с увеличение отклонението от сферична форма, респ. с нарастване на параметъра Γ . Автомоделността по отношение на Re_p се проявява при относително ниски стойности на Рейнолдсовите числа. Това много добре се илюстрира с приведената в [33] гранична стойност на автомоделната област - $C_{R_{cp}} = 540 \Gamma^{7.2} + 300$.

Таблица 1.4

C_R	валидност	лит. източник
$24 / \text{Re}_p$ (формула на Стокс)	$\text{Re}_p < 0,5^{-1}$	[53]
$\pi \left(0.128 + \frac{12.8}{\text{Re}_p} \right)$		[59]
$\frac{24}{\text{Re}_p} (1 + 0.15 \text{Re}_p^{0.607})$		[54]
$\frac{24}{\text{Re}_p} (1 + 0.179 \text{Re}_p^{0.5} + 0.013 \text{Re}_p)$		[51]
$\frac{24}{\text{Re}_p} + \frac{4}{\sqrt[3]{\text{Re}_p}}$		
$\frac{24}{\text{Re}_p} + 4.5$ (формула на Озеен)	$\text{Re}_p < 5$	

C_R	валидност	лит. източник
$\frac{24}{\text{Re}_p} 10^E$ $E = 0.261 \text{Re}_p^{0.369} - 0.105 \text{Re}_p^{0.431} - \frac{0.124}{(1 + \lg^2 \text{Re}_p)}$	$\text{Re}_p < 3 \cdot 10^5$	[66, 68, 70]
$\frac{24}{\text{Re}_p} A_1 + B_1$ $A_1 = 1 + 0.1806 \text{Re}_p^{0.6459}$ $B_1 = \frac{0.4251}{\left(1 + \frac{6880.95}{\text{Re}_p}\right)}$	$\text{Re}_p < 2,6 \cdot 10^5$	[66, 68, 69]

Таблица 1.5

Re_p	<1	1-13	13-800	> 800
A	25.6	26.3	12.3	0.44
N	1.0	0.8	0.5	0

Таблица 1.6

C_R	ЛИТ.ИЗТОЧНИК
За овални форми	
$\frac{3.54}{Re_p^{0.2}}$ $30 < Re_p < 400$	[13]
1.1 $Re_p > 400$	
За остъроръбести и продълговати форми	
$\frac{6}{Re_p^{0.2}}$ $45 < Re_p < 300$	[13, 22]
1.8 $Re_p > 300$	
$\frac{28.47}{\left(Re_p \ln\left(\frac{15.38}{\Gamma}\right)\right)} + \frac{4.565}{\sqrt[3]{Re_p}} - \frac{0.491}{\sqrt{Re_p}}$	[13, 36]
$\left(\frac{6.842}{\Gamma} + 15.789\right) Re \left(-\frac{0.3}{\Gamma} - 0.46\right) + 2.44\Gamma - 2.084$	[33]

- *Степен на гладкост на обтечената повърхност* на частицата.

Въпросът за влиянието на грапавостта на повърхнината на частицата е спорен. Съгласно [75] повишаването на грапавостта на повърхността води до намаляване на C_R , докато авторите на [40], [45] са на противоположно становище.

- *Влиянието на турбулентността* върху C_R е изследвано в [40, 53, 76]. Основното заключение, което се налага е, че то намалява с намаляване на Re_p .
- *Влиянието на разредеността на газа като носеща среда* [40, 48, 53, 45] води до намаляване на коефициентите на аеродинамично съпротивление. Извън случаите на континуално обтичане при число на Кнудсен $Kn < 0,01$ е необходимо да се въведе поправъчен коефициент K , при което $C'_R = K.C_R$. Поправъчният коефициент K може да се определи по известната формула на Кнудсен [53], като се използва числото на Кнудсен ($Kn = 2 \frac{\lambda}{D_p}$ при λ – средна дължина на свободния пробег на молекулите):

$$K = \frac{1}{\left(1 + Kn \left(A + B \exp \left(-\frac{C}{Kn} \right) \right) \right)}.$$

Стойностите на коефициентите се определят съгласно табл. 1.7

Таблица 1.7

А	В	С	Лит. източник
0.864	0.28	1.25	[53]
1.252	0.399	1.1	[70]
1.099	0.518	0.427	[58]

При високоскоростни (около- и свръхзвукови) течения върху коефициента C_R оказва *влияние и свиваемостта на газовото течение* [40, 45, 53]. С нарастването на числото на *Мах* се увеличава и коефициентът C_R .

Силата от *присъединена маса* се изразява с третия член на уравн.1.44:

$$1.13 \quad \vec{f}_{\Pi} = -0.5 m_g \frac{d_p}{dt} \left(\vec{V}_{pi} - \vec{V}_{gi} \right)$$

Тъй като силата $\vec{f}_{\Pi}$ е пропорционална на половината маса на изместената от частицата примеси носеща среда, при газове нейната стойност е пренебрежимо малка в сравнение с останалите членове на уравн.1.9. При движение в течност на твърди частици е необходимо да се отчита и влиянието на силата от присъединена маса.

Силата от *градиент на налягането* е

$$1.14 \quad \vec{f}_p = m_g \left(\frac{\partial \vec{V}_{gi}}{\partial t} + \vec{V}_{gi} \frac{\partial \vec{V}_{gi}}{\partial x_i} \right)$$

В [53, 59] се предлага на основата на уравнения на Навие-Стокс изразът: $-\frac{1}{\rho_g} \text{grad } p = \frac{dV_g}{dt} - \nu \Delta V_g$.

Анализ на влиянието на въведената поправка $\nu \Delta V_g$ води до някои неточности при определяне силата от налягане по горния израз съгласно даденото в [11]. Твърди се, че при нулеви стойности на производната на скоростта, в зависимост от големината и знака на ΔV_g , относителната скорост V_r може да приема стойности от $-\infty$ до $+\infty$. Тъй като този въпрос е спорен, за предпочитане е използването съгласно [53] на (1.14).

Петият член от дясната страна на уравн.1.9 изразява силата на Басе:

$$1.15 \quad \vec{f}_B = 1.5 \rho d_p^2 \sqrt{\pi \nu} \int_0^i \frac{d_p}{d\theta} (\vec{V}_{pi} - \vec{V}_{gi}) \frac{d\theta}{\sqrt{t-\theta}}$$

Чрез нея се отчита предисторията на течението. За определянето ѝ е необходима опитна информация за началния момент на изтичане. Членът в (1.9), съдържащ силата на Басе, може да се пренебрегне, когато отношението на плътностите на частицата и на носещата среда е голямо и диаметърът на частицата е по-голям от $1 \mu m$ [74]. В случаите, при които размерът на частицата и характерният размер на течението са от един порядък,

силата на Басе става съизмерима с останалите сили на междофазово взаимодействие. Това се наблюдава при течения в порести среди, при филтрация, капилярни течения и др. Подобни.

В [53, 73] е направен един сравнително по-коректен от математическа гледна точка извод на уравнението на Чен [79]:

$$\begin{aligned}
 m_p \frac{d V_{pi}}{dt} = & \pm m_p g - 3 \pi \mu D_p \left(V_{pi} - V_{gi} - \frac{1}{24} D_p^2 \Delta V_{gi} \right) - \\
 1.16 \quad & - 0.5 \frac{d}{dt} \left(V_{pi} - V_{gi} - \frac{1}{40} D_p \Delta V_{gi} \right) + m_g \frac{d V_{gi}}{dt} - \\
 & - 1.5 \rho_g^0 D_p^2 \sqrt{\pi \nu} \int_0^t \frac{d}{d\theta} \left(V_{pi} - V_{gi} - \frac{1}{24} D_p^2 \Delta V_{gi} \right) \frac{d\theta}{\sqrt{t-\theta}}
 \end{aligned}$$

То е получено на основата на анализа на въздействието върху частицата на скоростното поле на носещата среда [53, 73]. От двете уравнения (1.9 и 1.16) се вижда, че второто съдържа допълнителни членове, т.нар. поправка на Факсен. Чрез нея се отчита влиянието върху съпротивителната сила f_A от "изкривяването" на скоростното поле с члена ΔV_{gi} .

Изброените сили, свързани чрез лагранжевите уравнения (1.9 и 1.16) с движението на единична частица при разглеждане на движението на съвкупност от частици, се приема, че действат по направление на течението.

Важен елемент на междофазовото взаимодействие са *силите, действащи в напречно направление*. При описанието им в този раздел са отчетени и характерните за турбулентните течения и струи особености. На първо място това е силно изразеният напречен градиент на скоростта на носещата среда, градиентът на налягане (при завъртяни струи) и на температурата (при неизотермични течения). Едва след това по важност трябва да се поставят силите, възникващи от несъвпадение на центъра на тежест с приложната точка на съпротивителната сила, въртенето вследствие удари между частиците и др. Ударите със стената, които са особен обект на внимание в [14, 36], дават отражение върху параметрите в изходящото сечение. Въртенето на частиците примеси трябва да се разгледа преди всичко като резултат от ротацията на скоростното поле и в значително по-малка степен от въртенето около оста им.

Магнусовата сила възниква [27, 30, 34, 35] при наличие на въртеливо и постъпателно движение на частицата. Известно е, че при обтичане на едно тяло от успоредно и циркуляционно течение възниква подемна сила, насочена перпендикулярно на успоредното течение по посока на циркулацията около тялото. В случая циркуляционното обтичане възниква вследствие въртенето на тялото около оста му. Възникването на магнусовата сила неточно се определя съгласно [14, 53] като следствие от възникнала разлика в налягания. Твърди се, че където посоките на обтичане и въртене съвпадат, налягането на носещата среда намалява в сравнение с тези области, където посоките им са противоположни. Вследствие на получената разлика в налягането възниква напречна сила, насочена към зоните с понижено налягане, наречена магнусова сила [14, 53].

Възникването на магнусовата сила f_M е свързано с условията в течението, предизвикващи въртене, напречен градиент на скоростта, несъвпадение на центъра на тежест с приложната точка на съпротивителната сила, ударите между частиците и пр. По опитни данни [54] се доказва, че са възможни скорости на въртене дори до $\omega_p = 10^7 \text{ s}^{-1}$.

Теоретичен извод за определяне на $\vec{f}_M$ е даден в [55], съгласно който

$$1.17 \quad \vec{f}_M = K_M \rho_g D_p^3 \left[\vec{V}_r \times \vec{\omega}_p \right]$$

Зависимостта е валидна при следните условия: за движеща се постъпателно сферична частица в безградиентно течение и при $\text{Re}_p = D_p \frac{V_r}{\nu} \ll 1$, $\text{Re}_p = \omega_p \frac{D_p^2}{\nu} \ll 1$, $K_M = 0.125\pi$. В [39] по опитен път се доказва валидността на (2.52) и за по-големи стойности на Re_p : $\text{Re}_p = 10 \div 20$.

Ъгловата скорост $\vec{\omega}_p$ в случая определя въртенето на частица в неподвижна среда. При движеща се носеща (газова) среда, която се характеризира със своя вихър на скоростта $\vec{\Omega}_g$, се предлага [53] изразът

$$1.18 \quad \vec{\omega}_p - \vec{\Omega}_g = -\vec{\Omega}_p$$

За течения със силно изразен напречен градиент, когато на двата края на частицата на разстояние D_p действат различни скорости, се получава завъртане, което се определя по [55] с

$$1.19 \quad \omega_p = \frac{u_p}{D_p}$$

Определянето на ω_p може да се разгледа и като функция от градиента на скоростта на носещата среда [53]:

$$1.20 \quad \omega_p = \frac{1}{2} \frac{du_g}{dy}$$

Оценка за влиянието на магнусовата сила на развитието на течението се прави чрез сравнение със съпротивителната сила. По [53] за отношението на двете сили следва

$$1.21 \quad B_M = \frac{f_M}{f_A} = 0.04 D_p^2 \frac{\omega_p}{\nu},$$

като е приета перпендикулярност на ω_p на равнината x - y , а съпротивителната сила се определя по формулата на Стокс: $f_A = 3\pi\nu(u_g - u_p)D_p$.

Редица автори [7, 53] възприемат и въвеждат понятието стоксова частица при подобно определение на коефициента C_R . Съгласно (1.21) отношението на силите B_M е право пропорционално на диаметъра на частицата D_p и на ъгловата скорост ω_p и обратно пропорционално на вискозитета на носещата среда ν . Очевидно е, че при малки частици и ниски скорости на въртене влиянието на f_M може да се пренебрегне. Това е валидно особено за

свободните струйни течения, при които задължително трябва да се отчита f_s - Сафменовата сила. При $D_p > 100 \mu m$ съгласно [53, 57] стойностите на B_M нарастват и трябва да се отчита силата $\vec{f}_M$.

Когато носещата (газова) среда притежава силно изразен напречен градиент на скоростта, какъвто е и случаят при струйни течения, възниква напречна сила на *Saffman* [53, 78]:

$$1.22a \quad f_s = k_s \nu \rho_g D_p (u_g - u_p) \sqrt{\frac{\partial u_g}{\partial y}}$$

или по [14]

$$1.22b \quad f_s = C_s \sqrt{\rho_g \mu} \left(\frac{D_p}{2} \right)^2 \sqrt{\frac{\partial u_g}{\partial y}},$$

където $K_s = \frac{C_s}{4} = 1.71$, $C_s = 6.46$. Изводът [53, 78] е валиден при $u_g \sqrt{\nu \frac{\partial y}{\partial u_g}} \ll 1$, $Re_p \ll 1$.

Определянето на f_s при високи Re_p е сравнително по-сложно и неточно. Най-често се предлага замяна на μ с μ_t . На основата на опитни резултати в [60] е получена зависимост за f_s от вида

$$1.22b \quad f_s = C_s \rho_g \left(\frac{D_p}{2} \right)^2 u_r \frac{\partial u_g}{\partial y} \text{ при } C_s = 0.133 \pi$$

Изследванията относно силата f_s се отнасят до случаите на канални течения, т.е. разглежда се нейното възникване при наличие на пристенен граничен слой. Отчитат се степента на гладкост на стените, влиянието на разстоянието от нея и пр.[14, 59, 63]. Оценка за влиянието на f_s се прави в [12, 38, 53]. Като пример за подобно сравнение може да се приведе изразът [14, 53]

$$1.23a \quad B_s = \frac{f_s}{f_A} = 0.17 D_p \frac{1}{\sqrt{v}} \sqrt{\frac{\partial u_g}{\partial y}},$$

който дава отношението на f_s към съпротивителната сила. Очевидно е, че с нарастването на D_p и на градиента на скоростта могат да се очакват значително по-големи от единица стойности. Тъй като отношението B_s е винаги по-голямо от единица, което е основание да се приеме, че силата на *Saffman* е съизмерима в някои случаи дори и със съпротивителната сила и е винаги по-голяма от Магнусовата сила в течения с напречен градиент на скоростта.

Като допълнение на тези разсъждения може да се направи и директно сравнение на двете сили:

$$1.23b \quad B_{SM} = \frac{f_s}{f_M} = 8.3 \frac{1}{D_p} \sqrt{v} \sqrt{\frac{\partial u_g}{\partial y}}$$

В случая f_M се определя по израза за течения с напречен градиент. Това отношение е винаги по-голямо от единица, което се потвърждава и от направения в [53] извод за преобладаващото въздействие на силата на *Saffman*. Редица автори подчертават необходимостта от отчитане на $\vec{f}_s$, особено при малки частици и наличие на градиент на скоростта [14, 16, 53]. Независимо от това, че в [53] се приемат тези оценки, в числените решения, дори и за струйни течения, обикновено се отчита по-малката и незначителна сила на Магнус, като се отдава предимство на въртенето на частицата.

Силите от турбофореза f_{TM} предизвикват също напречна на движението трансляция на частиците примеси. Те се пораждат от нееднородността на полето на пулсационните скорости [31, 49, 53, 67]. Частиците се преместват в посока на намаляване интензивността на пулсационните компоненти на скоростта с намаляване на степента на турбулентност. В литературата [31, 47, 53, 65] този ефект е наречен "турбулентна миграция" или "турбофореза". За определяне на силата от турбофореза се предлага съгласно цитираните по-горе автори следният израз:

$$1.24 \quad f_{TM} = -0.5 m_p \frac{\partial \overline{v'^2}}{\partial y}$$

Явлението *турбофореза*, както и породените от него напречни сили оказват съществено влияние върху движението на частици примеси в свободни струи. Съществуващите оценки на въздействието на турбофорезата на развитието на течението имат приблизителен характер. За тях е трудно да се съди директно, като се имат предвид неточностите при определяне на $\overline{v_p'^2}$ или $\frac{\partial \overline{v_p'^2}}{\partial y}$. Възникването на допълнителни напречни сили може да се дължи и

на тъй наречената концентрационна миграция, изследвана от *Lee* и *Wiesier* [70]. При неравномерно разпределение на частиците в пространството на двуфазното течение носещата среда изпитва голямо съпротивление в зоните с повишена концентрация. Това води до възникване на асиметрия на пулсационното движение на носещата среда в напречно направление, при което се предизвиква придвижване на частиците със скорост

$$1.25 \quad V_{pd} = - \left(2 \frac{\pi}{\omega} \right) K_p^2 \overline{v_g^2} \left(\frac{1}{\alpha_p} \right) \frac{\partial \alpha_p}{\partial y},$$

където K_p е степен на увличане, ω - честота на пулсациите на носещата среда, α_p - обемна концентрация.

При неравномерност на температурното поле в случая на неизотермични течения частиците примеси се придвижват от по-загряните към по-хладните области в тях. Явлението е известно като *термофореза*. Този ефект зависи и от степента на разреждане на газовата среда. За числа на $Kn \ll 1$, което отговаря на газова среда с неголяма степен на разреждане, силите от термофореза могат да се определят по изрази [48]

$$1.26 \quad \vec{f}_T = -4.5 v^2 \left(\frac{\rho_g}{T_g} \right) D_p \frac{\lambda_g}{(2\lambda_g + \lambda_p)} \nabla T_g$$

За голяма степен на разреждане на газовата среда $Kn \gg 1$ силата от термофореза съгласно [17] се определя със зависимостта

$$1.26a \quad \vec{f}_T = -D_p^2 p_i \frac{1}{T_g} \nabla T_g, \text{ валидна за ниски стойности на } D_p.$$

Силата $\vec{f}_T$ трябва да се отчита преди всичко при частици с малки и много малки размери, например в прахоулавянето. При тези случаи се приема, че термофорезата е единствен фактор за отделяне на частиците от газовия поток. Така например съгласно [53] за $D_p = 10^{-7} \text{ m}$ отношението на силите от термофореза към тези от собствено тегло е $B_T = \frac{f_T}{f_g} \cong 30$.

При съществуване на неравномерно температурно поле може да възникне и съответна промяна на вискозитета на носещата среда μ . В случаите, когато вискозитетът на носещата среда μ зависи съществено от температурата, то неизотермично обтичане съпротивлението се променя в сравнение с изотермичното. Съгласно [9, 14] една оценка за тази сила, действаща на неподвижна стоксова частица, може да се направи по израза

$$1.27 \quad \vec{f}_v = 3\pi D_p \left(\overline{v'_g T'_g} \right) \frac{d\mu}{dT_g},$$

където $\overline{v'_g T'_g}$ е двоичната корелация на напречната скорост по температурата, $\frac{d\mu}{dT_g}$ - градиент на μ относно T_g .

Възможно е при взаимодействието в смеси на частиците една с друга или с ограждащите ги канални стени те да се наелектризират (при частици, изработени от органични материали и за някои метални частици [12]). Наелектризиране се получава и при въздействие на външно електрично поле. Възникващата напречна сила при това въздействие е от *електрофореза*. Големината ѝ, отнесена към единична частица примеси, се определя по

$$1.28 \quad \vec{f}_E = \left(\frac{\pi}{6} \right) \rho_p D_p^3 q E,$$

където: E - електрическо напрежение на полето, q - заряд на частиците [12, 16].

Светлинното излъчване, респ. светлинният поток, също може да въздейства на движението на единична частица примеси. Това интересно явление, наречено *фотофореза*, е сравнително слабо изучено [48, 53, 77]. В литературата се дава само ориентировъчна оценка относно големината ѝ. Тя се описва с израза

$$1.29 \quad \vec{f}_\Phi = 4.5 \mu^2 \frac{q_R}{\lambda_p \rho_o T_o D_p^2},$$

където: λ_p - коефициент на лъчист топлообмен, ρ_o - плътност на средата, T_o - температурата и q_R - топлинен капацитет.

За определянето на $\vec{f}_{\Phi}$ е необходимо да се знаят температурата и лъчистият поток топлина. Това изисква решение на задачата за радиационно-конвективния теплообмен в двуфазното течение. Подобни опити за изследване са правени в [62] и др.

Към напречните сили се отнася и тази от дифузиофорезата $\vec{f}_{\Phi}$.

Влияние върху поведението на частицата примеси може да окажат и редица външни силови полета. Може да се очаква въздействие на движението на единична частица да окажат йонизиращи облъчвания, завишена радиоактивност и др. Това обаче остава засега предположение на автора преди всичко поради липса на възможност за подобни изследвания и на достъпни литературни данни по въпроса.